



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
UNIDADE ACADÊMICA DE BELO JARDIM
UABJ / UFRPE

Disciplina: Física Geral 1 - Turma: 02

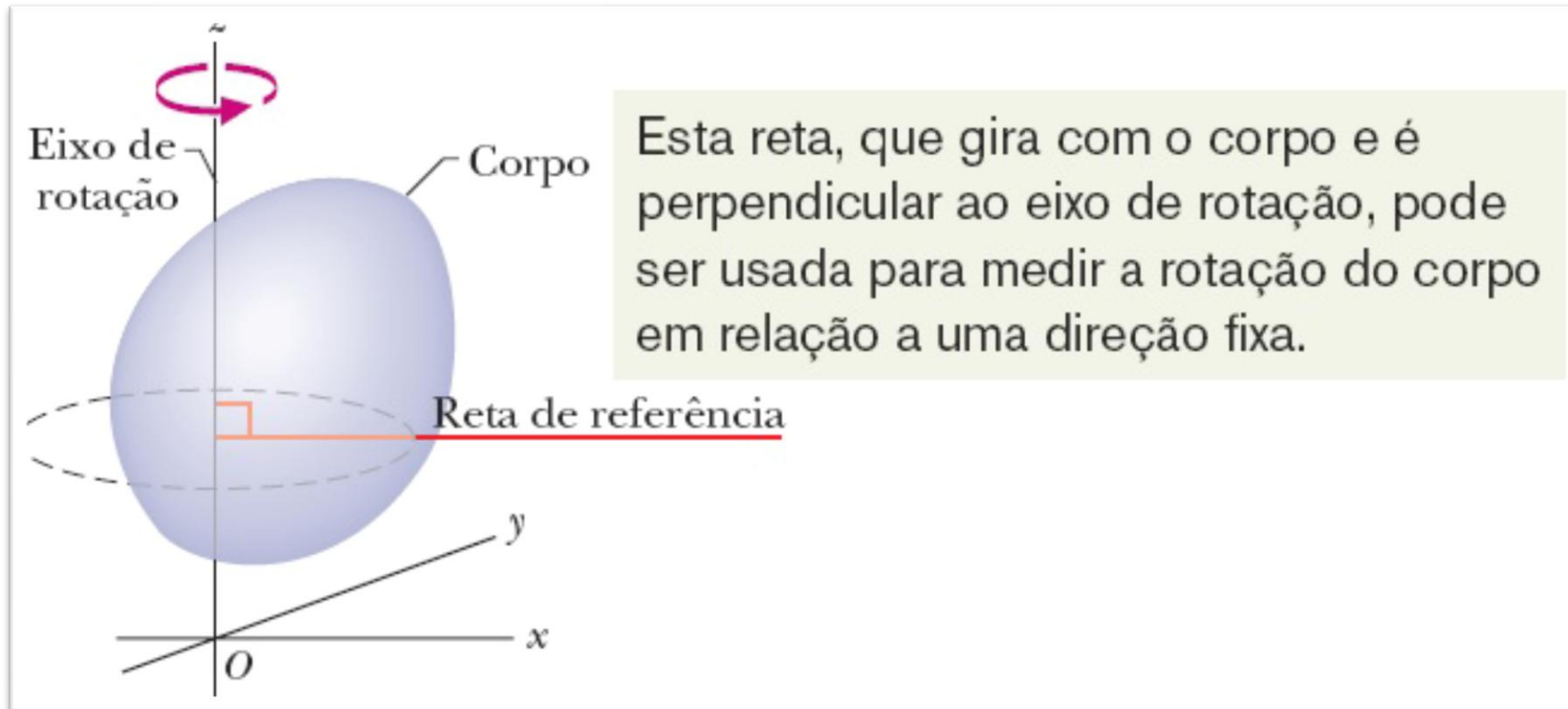
Prof.^a Elaine Cristina Oliveira da Silva

Cap. 10 - Rotação

Cap. 10 – Rotação

- **Rotação**

Um dos objetivos principais da física é estudar movimentos. Até agora, examinamos apenas os movimentos de **translação**, nos quais objetos se movem ao longo de linhas retas ou curvas. Vamos agora considerar os movimentos de **rotação**, nos quais os objetos giram em torno de um eixo.



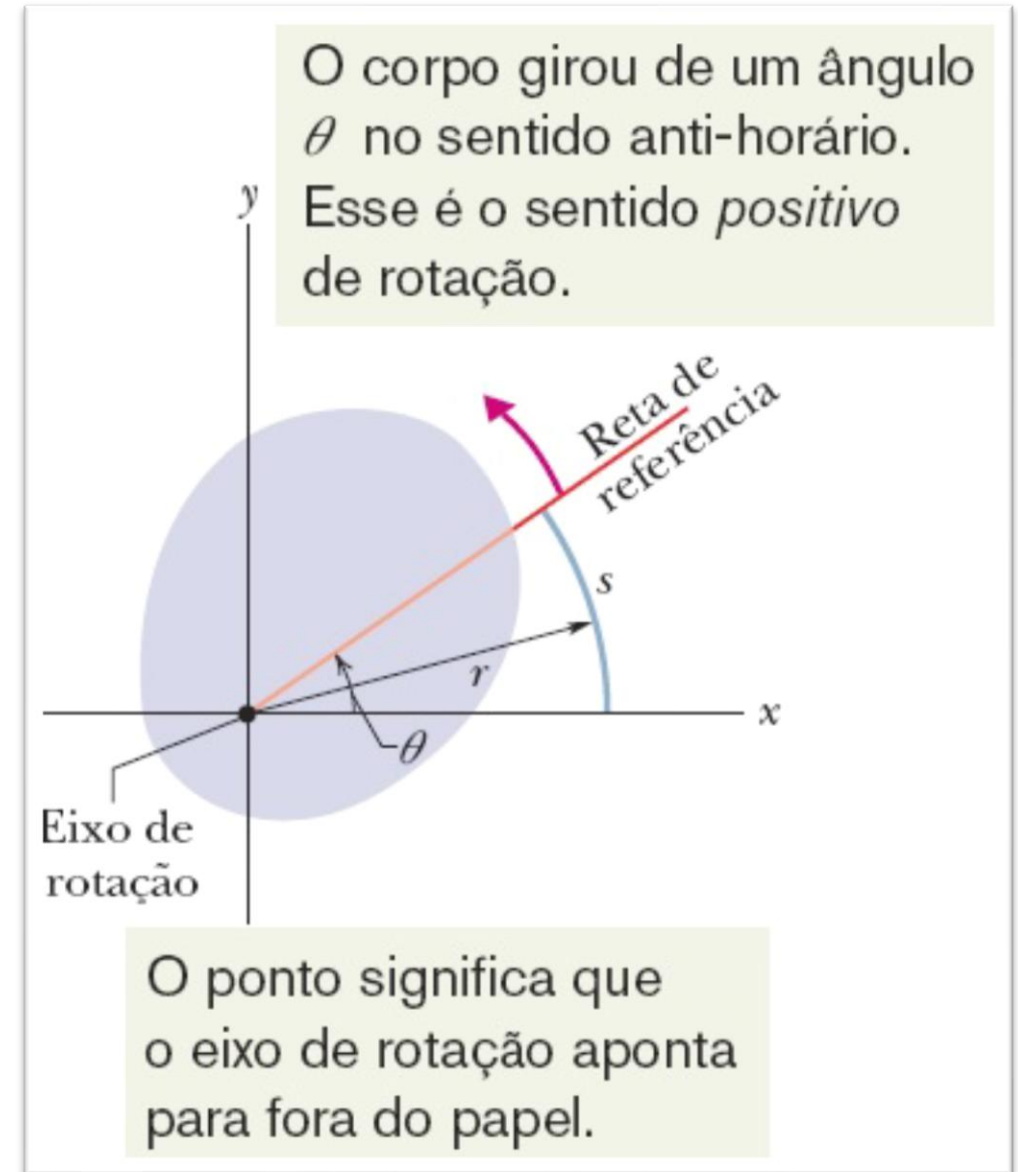
Cap. 10 – Rotação

- **As variáveis da rotação**

Para descrever a rotação de um corpo rígido em torno de um eixo fixo (eixo de rotação), imaginamos uma reta de referência, fixa em relação ao corpo e perpendicular ao eixo de rotação. A **posição angular** θ dessa reta em relação a uma direção fixa no espaço, também perpendicular ao eixo de rotação, é dada por:

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ângulo em radianos})$$

em que s é o comprimento de um arco de circunferência de raio r e ângulo θ .



Cap. 10 – Rotação

A relação entre o número de revoluções, o ângulo em graus e o ângulo em radianos é a seguinte:

$$1 \text{ rev} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

Se a posição angular de um corpo que gira em torno de um eixo de rotação muda de θ_1 para θ_2 , o **deslocamento angular** do corpo é dado por:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

em que $\Delta\theta$ é positivo para rotações no sentido anti-horário e negativo para rotações no sentido horário.

Se um corpo sofre um deslocamento angular $\Delta\theta$ em um intervalo de tempo Δt , a **velocidade angular média** $\omega_{méd}$ do corpo é dada por:

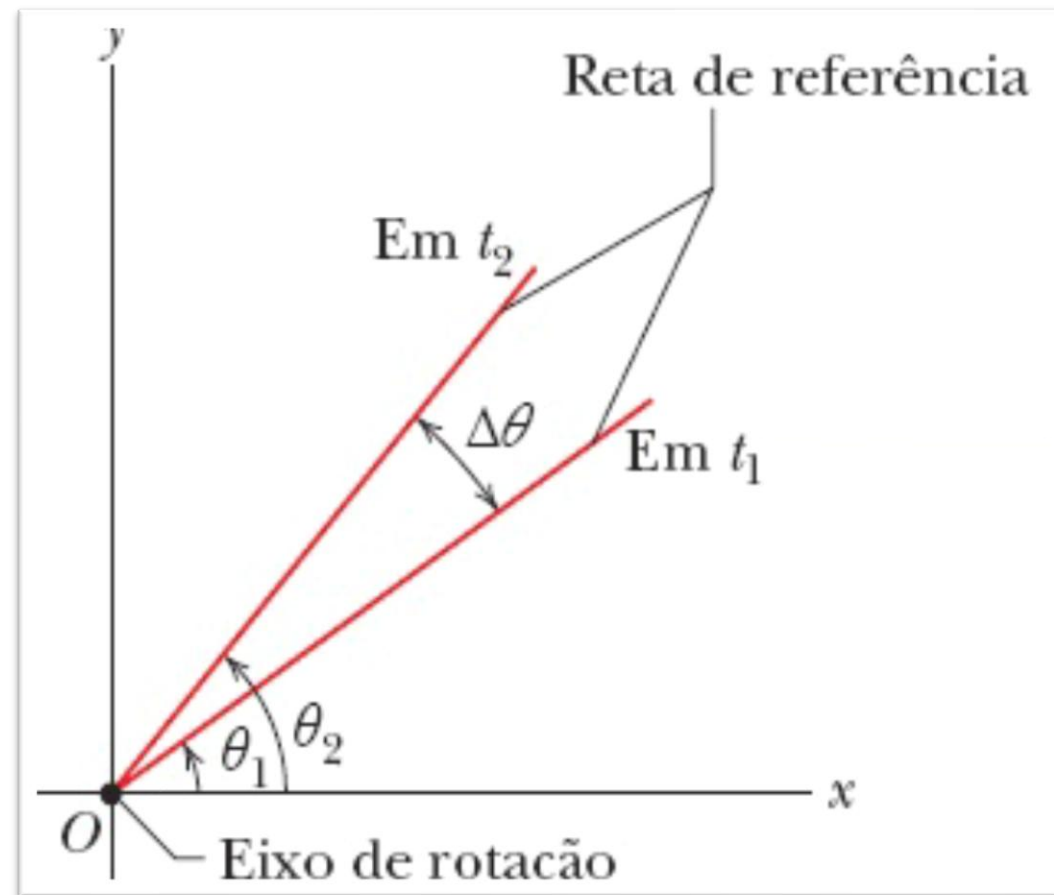
Cap. 10 – Rotação

$$\omega_{méd} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

A **velocidade angular (instantânea)** ω do corpo é o limite dessa grandeza quando Δt tende a zero:

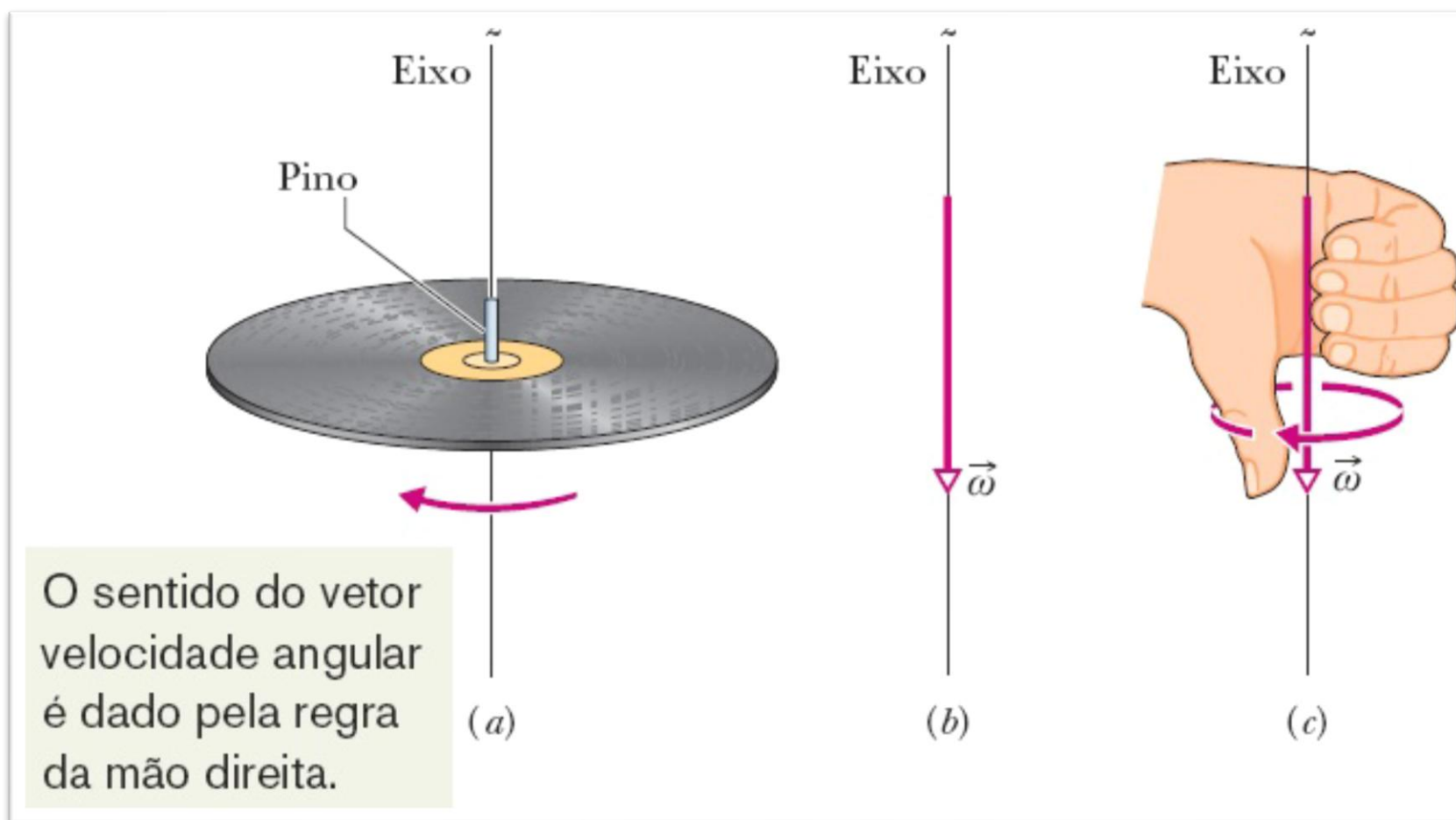
$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

A velocidade angular instantânea é a velocidade angular do corpo em um dado instante t .



Cap. 10 – Rotação

A orientação de $\omega_{méd}$ e ω é dada pela regra da mão direita: esses vetores apontam no sentido positivo de um eixo de referência, se a rotação for no sentido anti-horário, e no sentido negativo, se a rotação for no sentido horário.



Cap. 10 – Rotação

Se a velocidade angular de um corpo varia de ω_1 para ω_2 em um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, a **aceleração angular média** $\alpha_{méd}$ do corpo é dada por:

$$\alpha_{méd} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

A **aceleração angular (instantânea)** α do corpo é o limite dessa grandeza quando Δt tende a zero:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Tanto $\alpha_{méd}$ como α são vetores.

Cap. 10 – Rotação

- Rotação com aceleração angular constante**

A rotação com aceleração angular constante ($\alpha = \text{constante}$) é um caso especial importante do movimento de rotação. As equações de movimento que se aplicam a esse caso são as seguintes:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$$

$$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Cap. 10 – Rotação

Tabela 10-1 Equações de Movimento para Aceleração Linear Constante e Aceleração Angular Constante

Número da Equação	Equação Linear	Variável Ausente		Equação Angular	Número da Equação
(2-11)	$v = v_0 + at$	$x - x_0$	$\theta - \theta_0$	$\omega = \omega_0 + at$	(10-12)
(2-15)	$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	v	ω	$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} at^2$	(10-13)
(2-16)	$v_2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t	t	$\omega_2 = \omega_0^2 + 2a(\theta - \theta_0)$	(10-14)
(2-17)	$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a	a	$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$	(10-15)
(2-18)	$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$	v_0	ω_0	$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2} at^2$	(10-16)

Cap. 10 – Rotação

- **Relações entre as variáveis lineares e angulares**

Vamos relacionar as variáveis lineares s , v e a de um ponto particular de um corpo em rotação às variáveis angulares θ , ω e α do corpo através de r , que é a distância perpendicular do ponto ao eixo de rotação, e também o raio da circunferência descrita pelo ponto em torno do eixo de rotação.

Se uma reta de referência de um corpo rígido gira de um ângulo θ , um ponto do corpo a uma distância r do eixo de rotação descreve um arco de circunferência de comprimento s , dado por:

$$s = \theta r \quad (\text{ângulo em radianos})$$

Derivando essa equação em relação ao tempo, com r constante, obtemos o módulo da velocidade linear:

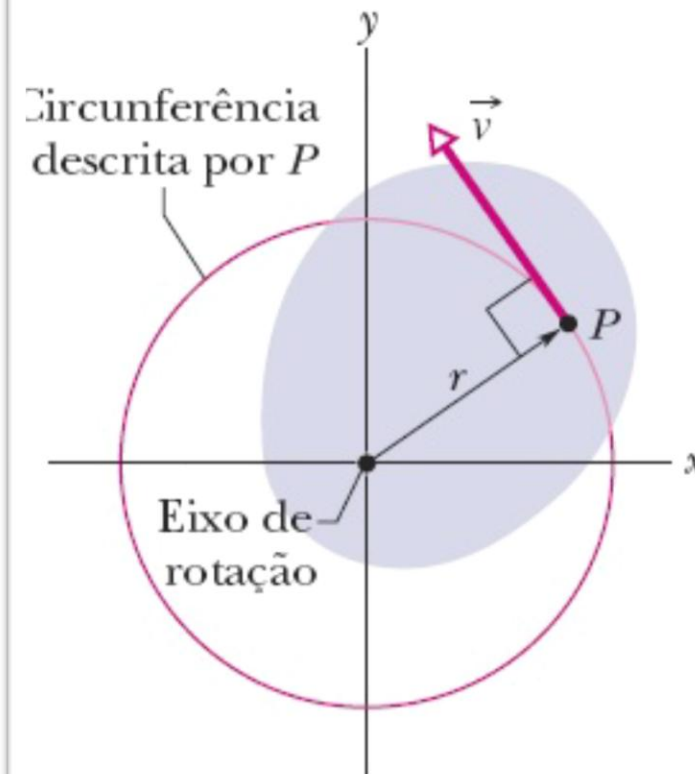
Cap. 10 – Rotação

$$v = \omega r \quad (\text{ângulo em radianos})$$

em que ω é a velocidade angular do corpo (e do ponto) em radianos por segundo. A velocidade linear é sempre tangente à trajetória circular do ponto considerado.

Derivando essa equação em relação ao tempo, com r constante, obtemos a aceleração linear $\vec{a}$ do ponto, que possui uma componente tangencial e uma componente radial.

O vetor velocidade é sempre tangente a esta circunferência, cujo centro é o eixo de rotação.



Cap. 10 – Rotação

A componente tangencial a_t da aceleração linear do ponto é dada por:

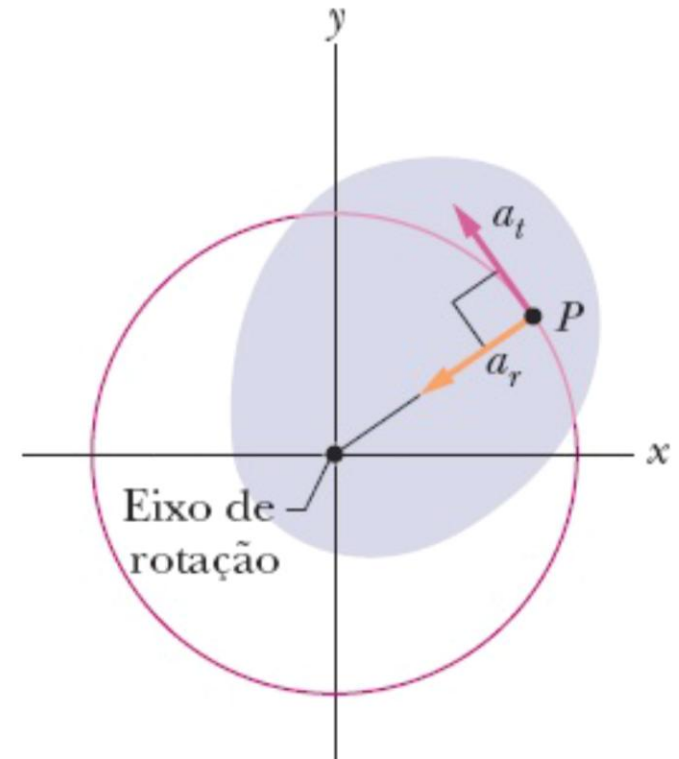
$$a_t = \alpha r \quad (\text{ângulo em radianos})$$

em que α é a aceleração angular do corpo (e do ponto) em radianos por segundo ao quadrado.

A componente radial a_r da aceleração linear, dirigida radialmente para dentro, é dada por:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{ângulo em radianos})$$

A aceleração sempre possui uma componente radial (centrípeta) e pode possuir uma componente tangencial.



Cap. 10 – Rotação

Se o movimento circular é uniforme, ou seja, se a aceleração é zero, o período de revolução T do movimento do ponto (e do corpo) é dado por:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Substituindo a equação $v = \omega r$ na equação anterior, obtemos:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

(*ângulo em radianos*)

Cap. 10 – Rotação

- **Exercícios (Halliday)**

••4 A posição angular de um ponto de uma roda é dada por $\theta = 2,0 + 4,0t^2 + 2,0t^3$, em que θ está em radianos e t em segundos. Em $t = 0$, qual é (a) a posição e (b) qual a velocidade angular do ponto? (c) Qual é a velocidade angular em $t = 4,0$ s? (d) Calcule a aceleração angular em

$t = 2,0$ s. (e) A aceleração angular da roda é constante?

•••8 A aceleração angular de uma roda é $\alpha = 6,0t^4 - 4,0t^2$, com α em radianos por segundo ao quadrado e t em segundos. No instante $t = 0$, a roda tem uma velocidade angular de $+2,0$ rad/s e uma posição angular de $+1,0$ rad. Escreva expressões (a) para a velocidade angular (em rad/s) e (b) para a posição angular (em rad) em função do tempo (em s).

Cap. 10 – Rotação

- **Exercícios (Halliday)**

- **9** Um tambor gira em torno do eixo central com uma velocidade angular de $12,60 \text{ rad/s}$. Se o tambor é freado a uma taxa constante de $4,20 \text{ rad/s}^2$, (a) quanto tempo ele leva para parar? (b) Qual é o ângulo total descrito pelo tambor até parar?
- **19** Qual é o módulo (a) da velocidade angular, (b) da aceleração radial e (c) da aceleração tangencial de uma nave espacial que faz uma curva circular com 3220 km de raio a uma velocidade de 29.000 km/h ?