



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
UNIDADE ACADÊMICA DE BELO JARDIM
UABJ / UFRPE

Disciplina: Física Geral 1 - Turma: 02
Prof.^a Elaine Cristina Oliveira da Silva

Cap. 9 - Centro de Massa e Momento Linear

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

- **Centro de Massa**

Para analisar qualquer tipo de movimento complicado é preciso recorrer a simplificações que são possíveis apenas com um entendimento da física. Esses movimentos podem ser simplificados se determinarmos um ponto especial do sistema: o centro de massa.

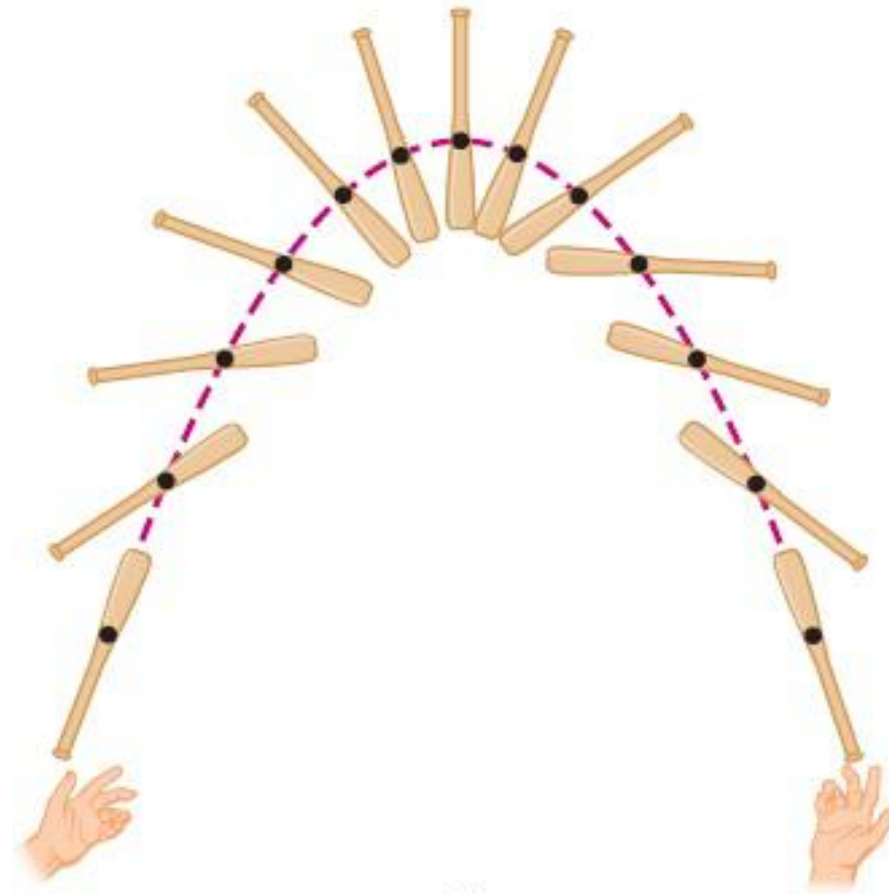
O centro de massa de um sistema de partículas é o ponto que se move como se (1) toda a massa do sistema estivesse concentrada nesse ponto e (2) todas as forças externas estivessem aplicadas nesse ponto.

Exemplo: Quando arremessamos uma bola sem imprimir muita rotação (Fig. 9-1a), o movimento é simples; a bola descreve uma trajetória parabólica e pode ser tratada como uma partícula. Por outro lado, quando arremessamos um taco de beisebol (Fig. 9-1b), o movimento é mais complicado.

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear



(a)



(b)

Figura 9-1 (a) Uma bola arremessada para cima segue uma trajetória parabólica. (b) O centro de massa (ponto preto) de um taco de beisebol arremessado para cima com um movimento de rotação segue uma trajetória parabólica, mas todos os outros pontos do taco seguem trajetórias curvas mais complicadas.

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

- Sistemas de partículas**

Duas partículas: A figura mostra duas partículas de massas m_1 e m_2 separadas por uma distância d . Escolhemos arbitrariamente como origem do eixo x a posição da partícula de massa m_1 (Fig. 9-2a). Posteriormente, o sistema de coordenadas foi deslocado para a esquerda (Fig. 9-2b).

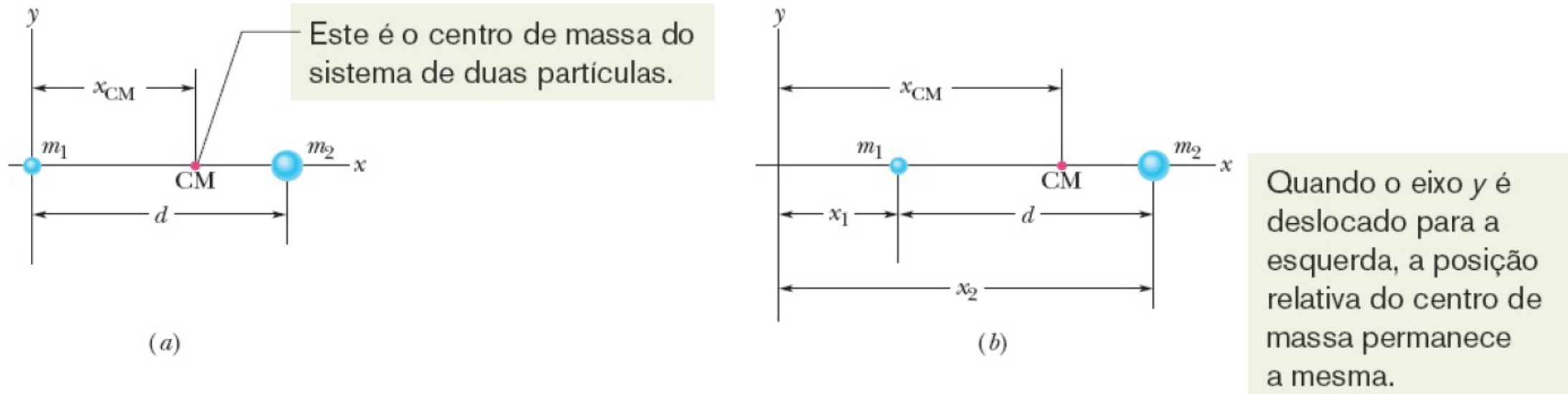


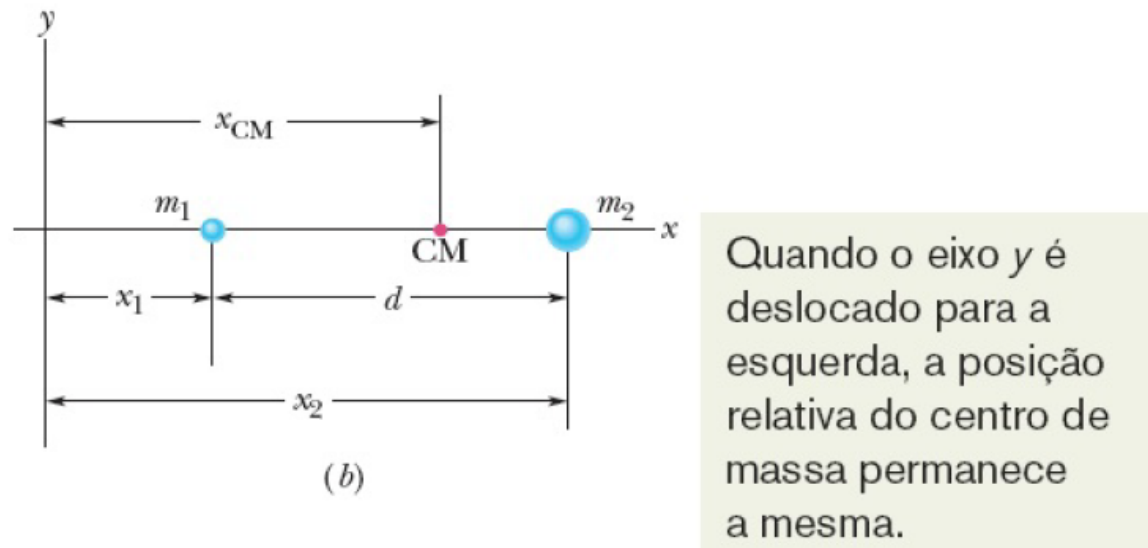
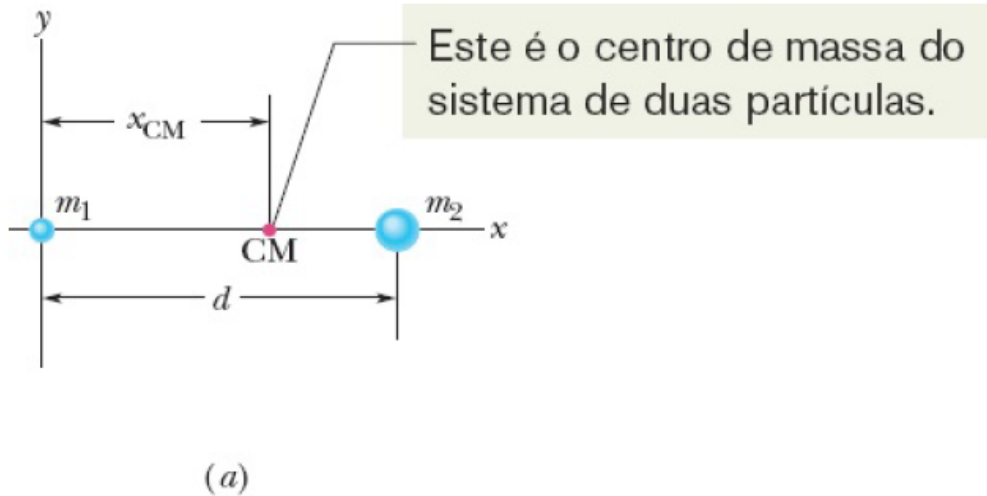
Figura 9-2 (a) Duas partículas de massas m_1 e m_2 estão separadas por uma distância d . O ponto marcado como CM mostra a posição do centro de massa, calculado usando a Eq. 9-1. (b) O mesmo que (a), exceto pelo fato de que a origem foi deslocada para a esquerda. A posição do centro de massa pode ser calculada usando a Eq. 9-2. A posição do centro de massa em relação às partículas é a mesma nos dois casos.

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

A posição do centro de massa (CM) desse sistema de duas partículas, em cada situação, é dada por:

$$x_{CM} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

Podemos reescrever a última equação como:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}$$

em que M é a massa total do sistema ($M = m_1 + m_2$).

Muitas partículas: Para o caso de n partículas posicionadas ao longo do eixo x , a posição do centro de massa é dada por:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \cdots + m_n x_n}{M} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

Três dimensões: Se as partículas estão distribuídas em três dimensões, a posição do centro de massa deve ser especificada por três coordenadas:

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$

$$z_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$$

em que M é a massa total do sistema.

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

Corpos maciços: Um objeto comum contém tantas partículas (átomos) que podemos aproximá-lo por uma distribuição contínua de massa. As “partículas”, nesse caso, se tornam elementos infinitesimais de massa dm , e os somatórios das equações anteriores se tornam integrais. Assim, as coordenadas do centro de massa são definidas por meio das equações:

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \int x \, dm \qquad y_{CM} = \frac{1}{M} \int y \, dm \qquad z_{CM} = \frac{1}{M} \int z \, dm$$

em que M é a massa do objeto. Considerando apenas **objetos homogêneos** (cuja massa específica é a mesma para todos os elementos infinitesimais do objeto):

$$\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{M}{V}$$

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

em que dV é o volume ocupado por um elemento de massa dm , e V é o volume total do objeto. Substituindo o valor de dm nas equações para o centro de massa, obtemos:

$$x_{CM} = \frac{1}{V} \int x \, dV \qquad y_{CM} = \frac{1}{V} \int y \, dV \qquad z_{CM} = \frac{1}{V} \int z \, dV$$

Uso da simetria: O cálculo fica mais simples se o objeto possui um ponto, uma reta ou um plano de simetria, pois, nesse caso, o centro de massa está no ponto, linha ou plano de simetria. **Exemplo:** o centro de massa de uma esfera está no centro da esfera (ponto de simetria). O centro de massa de um cone (cujo eixo é uma reta de simetria) está no eixo do cone. **Observação:** o centro de massa de um objeto não precisa estar no interior do objeto. Não existe massa no centro de massa de uma rosquinha, por exemplo.

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

- **A segunda lei de Newton para um sistema de partículas**

O movimento do centro de massa de qualquer sistema de partículas obedece à segunda lei de Newton para um sistema de partículas, que é expresso pela equação:

$$\vec{F}_{res} = M\vec{a}_{CM}$$

em que $\vec{F}_{res}$ é a força resultante de todas as forças externas que agem sobre o sistema, M é a massa total do sistema, e $\vec{a}_{CM}$ é a aceleração do centro de massa do sistema. Essa equação é equivalente a três equações envolvendo as componentes de $\vec{F}_{res}$ e $\vec{a}_{CM}$ em relação aos três eixos de coordenadas:

$$F_{res,x} = Ma_{CM,x}$$

$$F_{res,y} = Ma_{CM,y}$$

$$F_{res,z} = Ma_{CM,z}$$

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

- **Momento linear**

O momento linear de uma partícula é uma grandeza vetorial $\vec{p}$ definida por meio da equação:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

em que m é a massa e $\vec{v}$ é a velocidade da partícula. Newton expressou sua segunda lei originalmente em termos do momento:

A taxa de variação com o tempo do momento de uma partícula é igual à força resultante que age sobre a partícula e tem a mesma orientação que a força resultante.

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

- **Momento linear de um sistema de partículas**

Considere um sistema de n partículas, cada uma com sua massa, velocidade e momento linear. As partículas podem interagir e sofrer o efeito de forças externas. O momento linear desse sistema é igual ao produto da massa total do sistema pela velocidade do centro de massa.

$$\vec{P} = M\vec{v}_{CM}$$

A segunda lei de Newton para um sistema de partículas é dada por:

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Cap. 9 – Centro de Massa e Momento Linear

- **Conservação do momento linear**

Supondo que a força externa resultante $\vec{F}_{res}$ que age sobre um sistema de partículas é zero (sistema isolado) e que nenhuma partícula entra ou sai do sistema (sistema fechado), temos que o momento linear do sistema é constante:

$$\vec{P} = \text{constante}$$

Se um sistema de partículas não está submetido a forças externas, o momento linear total do sistema não pode variar.

Esta é a **lei de conservação do momento linear**, que também pode ser escrita na forma:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad (\text{sistema fechado e isolado})$$